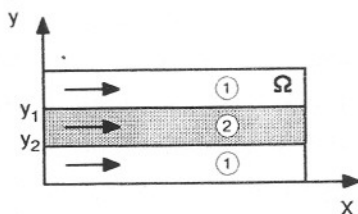


O MODELOWANIU MATEMATYCZNYM ROZCHODZENIA SIĘ
ZANIECZYSZCZEŃ W WODACH GRUNTOWYCH

Jurij GŁAZUNOW, Ewa van UDEN, Politechnika Gdańska

Rozważmy poziomy przekrój warstwy wodonośnej Ω , do której dostało się zanieczyszczenie chemiczne, bakteriologiczne lub radioaktywne.



Przepływ wód gruntowych odbywa się wzdłuż osi Ox ze stałą prędkością V . Szlak konwekcyjny zaznaczony jest na rysunku cyfrą 2. Natomiast w obszarze oznaczonym cyfrą 1 zachodzi tylko dyfuzja. Substancja pojawia się w rozważanym obszarze, wnikać na odcinku Y_1Y_2 . Zjawisko to możemy opisać następującym modelem matematycznym:

$$\begin{aligned} (1) \quad m \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial a}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V}{\alpha} \frac{\partial C}{\partial x} \right) + D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_T \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}, \\ (2) \quad \frac{\partial a}{\partial t} &= \beta (C - \bar{C}), \\ (3) \quad a &= \frac{\gamma_0 + \gamma_1 \bar{C}}{\gamma_0 + \gamma_1 \bar{C}}, \end{aligned}$$

gdzie $C(x, y, t)$, $a(x, y, t)$ i $\bar{C}(x, y, t)$ - nieznane funkcje, V , D_L , D_T , M , β , γ_0 , γ_1 - stałe parametry. Do powyższego układu dodajemy warunki początkowe i brzegowe:

$$C(x, y, 0) = 0, \quad a(x, y, 0) = 0 \quad \text{i} \quad \bar{C}(x, y, 0) = 0, \quad (x, y) \in \Omega.$$

$$\frac{\partial C}{\partial y}(x, 0, t) = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial y}(x, Y, t) = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial x}(X, y, t) = 0,$$

$$C(0, y, t) = \begin{cases} C_0 & Y_1 \leq y \leq Y_2, \\ 0 & \text{dla pozostałych } y \end{cases}$$

Powyższy układ sprowadziliśmy do układu dwóch równań, a następnie rozwiązaliśmy metodą siatek, dobierając odpowiednio krok. W rozwiązaniu pojawiły się zaburzenia, które wynikały z równania (2). W celu eliminacji tych zaburzeń skorzystaliśmy ze schematu Cranka-Nicholsona.

Ta metoda pozwala na wyznaczenie pola koncentracji zanieczyszczeń w stanie wolnym i związanym w odpowiednich chwilach czasowych.