

NOWE KIERUNKI BADAŃ W TEORII FUNKCJI ZESPOLONYCH

Jan STANKIEWICZ, Politechnika Rzeszowska

Teoria funkcji zmiennej zespolonej zaczęła intensywnie rozwijać się w początkach XX wieku. Bardzo istotnymi – podstawowymi rezultatami – okazały się rezultaty Cauchy'ego i Riemanna dotyczące warunków analityczności funkcji, możliwości przedstawień całkowych oraz możliwości konforemnego odwzorowania (analitycznego i różnowartościowego) danego obszaru na inny dany obszar.

Rezultaty Gronwall'a, Koebe'go, Bieberbacha i Littlewooda dotyczące funkcji jednolistnych (analitycznych i różnowartościowych) w kole jednostkowym dały początek systematycznym badaniom takich funkcji. Słynna hipoteza Bieberbacha – Eulenberg'a o oszacowaniu współczynników rozwinięcia funkcji jednolistnych w szereg Taylora – Maclaurina postawiona w 1916 roku zapoczątkowała powstanie wielu metod badawczych (metoda parametryczna Löwnera, metody wariacyjne Gołuzina i Schiffera, metody podporządkowania i punktów ekstremalnych). Badania te po 70 latach doprowadziły de'Branges'a do pozytywnego rozstrzygnięcia tej hipotezy.

W ostatnich latach udoskonalono wspomniane metody badawcze i rozwinięto nowe. Na szczególną uwagę zasługują metody punktów ekstremalnych i otoczek wypukłych, zasada podporządkowania oraz metoda splotów Hadamarda połączona z podporządkowaniem.

Powstały nowe kierunki badań naukowych powiązane z badaniem funkcji jednolistnych w nietypowych obszarach lub inaczej unormowanych, funkcji jednolistnych w kole jednostkowym mających quasikonforemne przedłużenie na całą płaszczyznę, różnych typów odwzorowań quasikonforemnych oraz quasiregularnych. Na szczególną uwagę zasługują odwzorowania harmoniczne, które są odwzorowaniami wzajemnie jednoznaczными, dla których część rzeczywista i część urojona są funkcjami harmonicznymi lecz nie muszą spełniać warunków analityczności (warunków Cauchy-Riemanna).

Innymi kierunkami są badania funkcji analitycznych wielu zmiennych zespolonych (w przestrzeniach $\mathbb{C}^n$) oraz funkcji analitycznych w różnych przestrzeniach Banacha lub na powierzchniach Riemanna.

W rzeszowskim zespole analizy zespolonej prowadzimy badania związane z klasycznymi zagadnieniami dotyczącymi geometrycznych interpretacji odwzorowań konforemnych i quasikonforemnych. Szczególne osiągnięcia mamy w teorii splotów i podporządkowania, nierówności i podporządkowań różniczkowych oraz interpretacji specjalnych własności odwzorowań (α -kątowno gwiazdziste, α -jednostajnie wypukłe, wypukłe w kierunku, gwiazdziste względem układu punktów).

Całkiem nowym dla nas kierunkiem są badania odwzorowań quasikonforemnych krzywych Jordana i pewnych przestrzeni Teichmüllera, które pojawiły się w związku ze współpracą matematyków rzeszowskich i lubelskich powiązanych z Instytutem Matematycznym PAN.