

LICZBA k - STABILNYCH ZBIORÓW
W PEWNYCH KLASACH GRAFÓW

Iwona WŁOCH, Politechnika Rzeszowska

Niech $k \geq 2$ będzie ustaloną liczbą całkowitą. Podzbiór $S \subseteq V(G)$ nazywamy zbiorem k - stabilnym grafu G jeżeli dla każdych dwóch $x, y \in V(D)$, $d_G(x, y) \geq k$.

Dla $k = 1$ otrzymujemy definicję zbioru stabilnego.

W pracach [1],[2] została wyznaczona lub oszacowana liczba wszystkich zbiorów stabilnych w pewnych klasach grafów. Udowodniono, że liczba wszystkich zbiorów stabilnych w grafach P_n i C_n dla $n \geq 1$ jest równa odpowiednio liczbie Fibonacciego i liczbie Lucasa. Aby wyznaczyć liczbę wszystkich zbiorów k - stabilnych w P_n i C_n , wprowadzamy uogólnione, w sensie odległości liczby Fibonacciego i Lucasa. W interpretacji grafowej liczba Fibonacciego F_n jest równa liczbie wszystkich zbiorów $S \subseteq V(P_n)$ takich, że dla każdych $x, x' \in S$, $d_{P_n}(x, x') \geq 2$. Zatem F_n jest liczbą wszystkich zbiorów stabilnych grafu P_n , przy czym zbiór pusty uważamy za zbiór stabilny grafu P_n . Analogicznie uogólniona liczba Fibonacciego jest równa liczbie wszystkich zbiorów $S \subseteq V(P_n)$ takich, że dla każdych $x, x' \in S$, $d_{P_n}(x, x') \geq k$ czyli jest równa liczbie wszystkich zbiorów k - stabilnych w grafie P_n . Dla $k = 2$ uogólniona liczba Lucasa jest równa liczbie Lucasa

$$F_n^* = 1 + n + \sum_{p \geq 2} (f(n-3, p-1) + f(n-1, p)),$$

która w interpretacji grafowej jest równa liczbie wszystkich zbiorów stabilnych w grafie C_n . Analogicznie uogólniona liczba Lucasa jest równa liczbie wszystkich zbiorów k - stabilnych w grafie C_n .

TWIERDZENIE 1. Liczba $F(k, n)$ wszystkich zbiorów k - stabilnych dla $k \geq 2$ w grafie P_n , $n \geq 1$ jest równa $F(k, n) = \sum_{p \geq 0} \binom{n-p-(p-1)(k-2)+1}{p}$.

TWIERDZENIE 2. Niech $k \geq 2$, $n \geq 1$, $0 \leq p \leq n$. Jeżeli $F(k, n)$ jest liczbą wszystkich k - stabilnych zbiorów w grafie P_n , to
 $F(k, n) = n + 1$ dla $1 \leq n \leq k$, $F(k, n) = F(k, n-1) + F(k, n-k)$ dla $n \geq k+1$.

Ponadto zostały wyznaczone liczby wszystkich maksymalnych zbiorów k -stabilnych, wszystkich zbiorów silnie k -stabilnych w klasach P_n i C_n , $n \geq 1$.

- [1] Prodinger H., Tichy R.F., *Fibonacci numbers of graphs*, The Fibonacci Quarterly 20, No 1(1982) 16-21.
- [2] Sagan B.E., *A note on independent sets in trees*, SIAM J. Alg. Discrete Math. Vol 1, No 1(1988) 105-108.