



Dariusz PANEK
Aryta JAGODA
Politechnika Rzeszowska

Rzeszów – Lublin – Krynica 10 – 14 Listopada 1999

Studium japońskich problemów geometrycznych

W artykule podejmujemy próbę przybliżenia zadań zebranych w pracy H. Fukagawy i D. Pedoe (1989), zawierającej japońskie zadania geometryczne. Zbiór ten do tej pory nie został opublikowany w języku polskim. Zawiera on zadania dotyczące okręgów, okręgów i trójkątów, wielokątów, elips i sfer. Zadania te charakteryzują się różnym stopniem trudności i różnorodnością rozwiązań.

Podczas okresu Edo (1603-1867) Japonia była prawie zupełnie odcięta od Świata Zachodniego. Mimo tak długiego okresu izolacji ludzie z różnych klas społecznych tworzyli twierdzenia z zakresu geometrii euklidesowej, które wyraźnie różniły się od twierdzeń powstałych w tym czasie na Zachodzie, a czasem wyprzedzają je o wiele lat. Co ciekawe nie były one publikowane w książkach, ale jako kolorowe rysunki, na drewnianych tabliczkach, były eksponowane w świątyniach i kaplicach w całej Japonii. Tą drogą wybitni geometryści zyskali możliwość publikacji swoich prac, a dla innych były one wyzwaniem: sprawdzić, czy potrafisz to udowodnić? Zaś dowody twierdzeń załączano rzadko.

Pomimo upływu lat ocalało około 900 takich zadań, a 250 starannie wybranych znalazło się w pracy H. Fukagawy i D. Pedoe (1989). Jak można się przekonać japońska geometria świątynna zawiera pewne problemy wyprzedzające okrycia dobrze znanych twierdzeń na Zachodzie np. tw. Malfatti lub tw. Soddy Hexleta. Ponadto można tu znaleźć bardzo wiele zadań dotyczących kół i elips. Japońska metoda definiowania elipsy jako przecięcia płaszczyzny i walca prawidłowego, a nie stożka doprowadziła do powstania wielu twierdzeń, które byłyby niezmiernie trudne do udowodnienia przy pomocy zachodnich metod. Z drugiej strony niektóre spośród rozwiązań zaczerpnięte z książek z okresu Edo, nie używające trygonometrii, są wyjątkowo zaawansowane. Ich metoda okrywania twierdzeń geometrycznych zdaje się polegać na intensywniej i długotrwałej obserwacji właściwych figur geometrycznych. Oprócz rozwiązań oryginalnych zawartych w pracy H. Fukagawy i D. Pedoe (1989), przedstawionych jest kilka rozwiązań współczesnych – przykładowo zastosowanie metody inwersji daje krótkie rozwiązania.

W artykule prezentujemy jedynie kilka spośród tych 250 zadań, wybranych z różnych działów. Niektóre z nich mają rozwiązania oryginalne (podane razem z zadaniem na tabliczkach), inne – rozwiązania współczesne, a niektóre z tych zadań prezentujemy podając nasze własne rozwiązania. Część zadań prezentujemy bez dowodów ze względu na dużą objętość rozwiązań. Przy wyborze zadań kierowaliśmy się możliwością ich wykorzystania w polskiej zreformowanej szkole.

W świetle współczesnych możliwości wykorzystania środków multimedialnych japońskie zadania geometryczne nabierają dodatkowych walorów. Jeżeli w procesie rozwiązywania wykorzystamy np. program komputerowy Cabri, pojawi się wstępny problem wykonania samej konstrukcji tak, aby własności geometryczne były zachowane podczas ruchu rysunku. Ta faza wstępna pozwala na weryfikację własności geometrycznych obiektu. Sama możliwość

przemieszczania rysunku pozwala zaobserwować własność, którą należy udowodnić, jak również dodatkowe fakty przydatne w procesie dowodzenia. Oto przykład jednego z prezentowanych zadań:

Punkty A, B, C i D leżą na prostej l. Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku O_1 i promieniu r_1 , odcinek CD jest średnicą okręgu o środku O_2 i promieniu r_2 . Z punktu A prowadzimy styczną do $O(O_2, r_2)$, a z punktu D styczną do $O(O_1, r_1)$. Konstruujemy okrąg $O(O'_1, r'_1)$ styczny wewnętrznie do $O(O_1, r_1)$ w punkcie B oraz styczny do prostych poprowadzonych z punktu A. Analogicznie wpisujemy $O(O'_2, r'_2)$. Wykazać, że $r'_1 = r'_2$.