



Stefan POKRZYWNICKI
Hanna ŚCIEGOSZ
Politechnika Opolska

Rzeszów – Lublin – Krynica 10 – 14 Listopada 1999

Analiza bifurkacyjna i wymiar korelacyjny dla periodycznie zaburzonych procesów oscylacyjnych

Badano procesy z przejściem do oscylacji poprzez bifurkacje Hopfa i węzeł-siodło. Oscylacje odpowiadają eksperymentalnie badanym układom fizykochemicznym. Kinetykę procesów można opisać układem równań różniczkowych zwyczajnych

$$(1) \quad \dot{x}_i = F(a_i, k_{ij}, x_j, t, \tau), \quad (1 \leq j, j \leq n),$$

gdzie $x_i(t)$ odpowiada stężeniu reagentów, a_i – parametr brzegowy, k_{ij} – zmienne kinetyczne, t – czas, τ – okres zaburzania. Dla ustalonych a_i , k_{ij} i τ jest $F_i: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$.

W celu badania charakteru procesów powyższy układ sprowadzono do układu w przestrzeni $2D$

$$(2) \quad \begin{aligned} \dot{x} &= ay + E_1x - x^3 - xy^2 \\ \dot{y} &= -ax + E_2y - y^3 - yx^2 \end{aligned}$$

oraz wyznaczono diagram bifurkacyjny przedstawiający przejścia od stabilnego stanu stacjonarnego do cyklu granicznego poprzez bifurkację Hopfa oraz węzeł-siodło.

Dynamikę procesu badano ponadto za pomocą funkcji autokorelacji

$$(3) \quad C(l) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{m \neq m'=1}^N \Theta(l - |Y_r(t_0 + m\tau) - Y_r(t_0 + m'\tau)|),$$

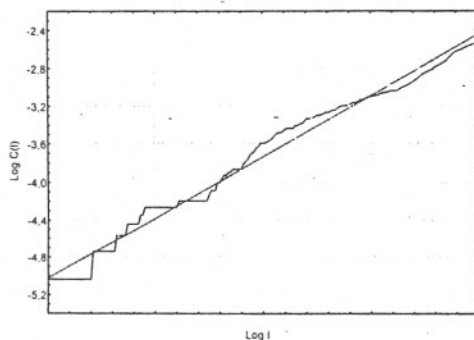
gdzie $Y_r(t_0 + m\tau)$ oznacza m -wymiarowy wektor w skonstruowanej przestrzeni $\mathbb{R}^r$, a Θ – funkcję Heaviside'a.

Na podstawie powyższych wyznaczono wymiar korelacyjny dla różnych przebiegów oscylacyjnych (oscylacji periodycznych, wielokrotnych i chaosu).

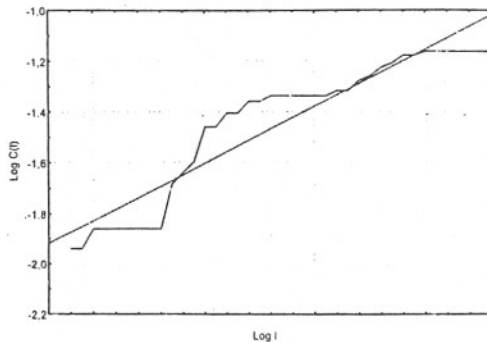
Poniżej podano wykresy funkcji autokorelacji dla chaosu w przypadku bifurkacji

węzel-siodło (Rys.1) i bifurkacji Hopfa (Rys.2). Wyznaczone wymiary korelacyjne wy-

Rys.1: Funkcja autokorelacji $C(l)$ dla chaosu (bifurkacja węzeł-siodło)



Rys.2: Funkcja autokorelacji $C(l)$ dla chaosu (bifurkacja Hopfa)



noszą $v_{w-s} = 2,1$ i odpowiednio $v_H = 2,9$.

Dodatkowo, dla wymienionych stanów przeprowadzono porównanie funkcji gęstości i wartości oczekiwanej z rozkładem normalnym.