VI Środowiskowa Konferencja Matematyczna

Janusz SOKÓŁ
Katedra Matematyki
Politechniki Rzeszowska

Rzeszów – Lublin – Krynica 10 – 14 Listopada 1999

O pewnej funkcji gwiaździstej mającej współczynniki związane z wyrazami ciągu Fibonacciego

Definiujemy podklasę SL klasy funkcji gwiaździstych f za pomocą warunku

$$\frac{zf'(z)}{f(z)} \prec p(z), \quad z \in \Delta \tag{1}$$

gdzie $\prec$ oznacza podporządkowanie, natomiast funkcja

$$p(z) = \frac{1+\alpha^2 z^2}{1-\alpha z-\alpha^2 z^2}, \quad \alpha = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \approx -0,618. \tag{2}$$

Funkcja (2) przekształca okrąg jednostkowy na trójsieczną Maclaurina [1]. Po rozwinięciu funkcji (2) w szereg Maclaurina współczynniki p_n wyrażają się wzorem

$$p_n = (u_{n-1} + u_{n+1})\alpha^n, \quad n = 1, 2, 3, ..., \tag{3}$$

gdzie (u_n) jest ciągiem Fibonacciego. Dla funkcji $f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$, należącej do klasy SL zdefiniowanej przez (1) współczynniki szacują się następująco

$$|a_n| \leq |\alpha|^{n-1} u_n, \quad n = 1, 2, 3, ..., \tag{4}$$

z równością dla funkcji $f_o(z) = \frac{z}{1-\alpha z-\alpha^2 z^2}$.

Funkcja f_o przekształca okrąg jednostkowy na sprzężoną z konchoidą R.F. de Slusea [1] oraz jest wypukła w kole $|z| < |\alpha| = r_o$, przy czym r_o dzieli $[0;1]$ w złotym stosunku. Od muszlowatego kształtu tej krzywej R.F. Slusea (shell - like) przyjęto oznaczenie SL rozważanej klasy funkcji.

[1] Niczyporowicz E., *Krzywe płaskie*, PWN, Warszawa 1991.