



Rzeszów - Lublin - Krynica 10 - 14 Listopada 1999

### Konfiguracje z parametrem ułamkowym

Niech  $\bar{\Delta} = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$ . Rozważmy układy punktów zależnych od czterech parametrów rzeczywistych  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ :

$$(1) \quad z_1 = e^{i\alpha}, \quad z_2 = e^{i\beta}, \quad z_3 = e^{i\gamma}, \quad z_4 = e^{i\delta},$$

$$(2) \quad w_1 = \alpha + i\beta, \quad w_2 = \gamma + i\delta,$$

$$(3) \quad \zeta_1 = \alpha + i\beta, \quad \zeta_2 = e^{i\gamma}, \quad \zeta_3 = e^{i\delta}.$$

Zwiążmy każdy z układów warunkiem, który odbiera jeden parametr:  
 $A \times X = B$ , gdzie

$$A = [a_{ij}]_{l \times t}, \quad X = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{bmatrix}, \quad B = [b_i]_{1 \times t},$$

przy czym  $\deg A = \deg A|B = 1$ , gdzie  $A|B$  oznacza macierz uzupełnioną układu.

Przyjmując  $k$  - ilość punktów wewnętrznych,  $n - k$  - ilość punktów brzegowych - każdy z trzech przypadków (1) - (3) możemy zapisać:

$$(1)' \quad {}_1\Delta_{z_1, z_2, z_3, z_4}, \quad k = 0, \quad n = 4,$$

$$(2)' \quad {}_1\Delta_{w_1, w_2}, \quad k = 2, \quad n = 2,$$

$$(3)' \quad {}_1\Delta_{\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3}, \quad k = 1, \quad n = 3,$$

odpowiednio.

Rozważmy wartość wyrażenia  $N' = 2k + (n - k) - 3 - 1$ . W każdym z powyższych przypadków  $N' = 0$ .

#### PROBLEM 1.

Czy istnieje bijekcja między czworobokiem  $z_1 = e^{i\alpha}, z_2 = e^{i\beta}, z_3 = e^{i\gamma}, z_4 = e^{i\delta}$ , związanym układem (\*), a uporządkowaną trójką punktów  $v_1, v_2, v_3$  leżących na okręgu?

Czy analogiczne bijekcje istnieją dla układów

$$w_1 = \alpha + i\beta, \quad w_2 = \gamma + i\delta, \quad \text{i} \quad \zeta_1 = \alpha + i\beta, \quad \zeta_2 = e^{i\gamma}, \quad \zeta_3 = e^{i\delta}?$$

#### PROBLEM 2.

pozytywna odpowiedź na powyższe pytania umożliwia wprowadzenie nowej definicji modułu konfiguracji  ${}_c D_{z_{k+1}, \dots, z_n}^{z_1, \dots, z_k}$ , jako wartości wyrażenia  $2k + (n - k) - 3 - c$  lub, wykorzystując dotychczasową definicję, wprowadzenia pojęcia konfiguracji z parametrem ułamkowym, czyli takich, dla których  $k$  i  $n$  są niekonięcznie liczbami naturalnymi.