

Agnieszka Włodarczyk, Zbigniew Jerzy Jakubowski
(Uniwersytet Łódzki)

O pewnych klasach funkcji typu klasy Robertsona

W 1981 roku M.S.Robertson [4] zdefiniował klasę G funkcji f postaci (1) $f(z) = 1 + d_1 z + \dots + d_n z^n + \dots$ holomorficznych w kole $\Delta = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$, $f(z) \neq 0$ dla $z \in \Delta$ i takich, że $\operatorname{Re} \left\{ 2z \frac{f'(z)}{f(z)} + \frac{1+z}{1-z} \right\} > 0$, $z \in \Delta$. Znane są własności funkcji klasy G oraz hipoteza o jej geometrycznej interpretacji, którą potwierdził w 1985 roku A.Lyzzaik [2].

W pracy [1] wprowadzono i zbadano klasę $G(M)$, $M > 1$ funkcji f postaci (1), nigdzie nie znikających w Δ i takich, że $\operatorname{Re} \left\{ 2z \frac{f'(z)}{f(z)} + z \frac{P'(z; M)}{P(z; M)} \right\} > 0$, gdzie $P(z; M)$ oznacza znaną funkcję Picka.

M.S.Obradović [3] rozważał klasę $G(\alpha)$, $0 \leq \alpha < 1$ funkcji f postaci (1), $f(z) \neq 0$ dla $z \in \Delta$ i takich, że $\operatorname{Re} \left\{ z \frac{f'(z)}{f(z)} + (1-\alpha) \frac{1+z}{1-z} \right\} > 0$ dla pewnego α .

Niech $G(A, B)$, $-1 < A \leq 1$, $-A < B \leq 1$ oznacza klasę funkcji postaci (1), holomorficznych w kole Δ , $f(z) \neq 0$ i spełniających warunek $\operatorname{Re} \left\{ 2z \frac{f'(z)}{f(z)} + \frac{1+Az}{1-Bz} \right\} > 0$, $z \in \Delta$. Celem komunikatu jest podanie pewnych własności klasy $G(A, B)$, przykładów funkcji niniejszej klasy i jej relacji z klasami $G = G(1, 1)$ oraz $G(1-2\alpha, 1)$ dla $0 < \alpha < 1$.

Literatura

- [1] Z.J. Jakubowski, *On properties of the Pick function and some applications of them*, Acta Univ. Purkynianae 42, 1999, 51-62
- [2] A. Lyzzaik, *On a conjecture of M.S. Robertson*, Proc. Amer. Math. Soc., Vol. 91, No. 1, 1984, 108-110.
- [3] M. Obradović, S. Owa, *On some classes of close-to-convex functions and its applications*, Bull. of the Inst. of Math. Acad. Sinica, Vol. 16, No. 2, 1988, 123-133.
- [4] M.S. Robertson, *Univalent Functions Starlike with respect to a Boundary Point*, Journal of Math. Anal. And Appl., Vol. 81, No. 2, 1981, 327-345.