

O pewnych klasach funkcji harmoniczných z narzuconymi warunkami dla argumentów współczynników

Niech $\Delta = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$. Rozważmy zespolone funkcje harmoniczne w Δ postaci

$$(1) \quad f = h + \bar{g}, \quad h(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n, \quad g(z) = b_1 z + \sum_{n=2}^{\infty} b_n z^n, \quad z \in \Delta, \quad |b_1| < 1.$$

W wielu pracach możemy znaleźć badania dotyczące zależności geometrycznych własności funkcji f postaci (1) od odpowiednich warunków dla współczynników rozwinięć funkcji h , g (np. [AZ], [J2], [JŁS], [SS]). Podobnie jak w przypadku funkcji holomorficznych, rozważane są m.in. klasy funkcji, dla których współczynniki funkcji h lub g (bądź obu tych funkcji) mają ustalony znak (np. [J1], [S]).

W pracy [JS] autorzy badali klasę funkcji f postaci (1), dla których $b_1 \in [0, 1)$ oraz istnieje $\phi \in [0, 2\pi)$ takie, że

$$a_n = -|a_n|e^{-i(n-1)\phi}, \quad b_n = |b_n|e^{-i(n-1)\phi}, \quad n = 2, 3, \dots,$$

zakładając gwiazdzystość obrazu każdego koła $\Delta_r = \{z \in \mathbb{C} : |z| < r\}$, $r \in (0, 1)$, przy odwzorowaniu f . Okazuje się, że zasadnicze twierdzenie zamieszczone i stosowane w tej pracy można uogólnić, osłabiając pewne założenia.

- [AZ]: Y. Avci, E. Złotkiewicz, On harmonic univalent mappings, Ann. UMCS, Sec. A, 44(1), 1990, 1-7.
- [J1]: J. M. Jahangiri, Coefficient bounds and univalence criteria for harmonic functions with negative coefficients, Ann. UMCS, Sec. A, 52(2), 1998, 57-66.
- [J2]: J. M. Jahangiri, Harmonic functions starlike in the unit disk, J. of Math. Analysis and Appl., 235, 1999, 470-477.
- [JS]: J. M. Jahangiri, H. Silverman, Harmonic univalent functions with varying arguments, Intern. J. of Applied Math., 8(3), 2002, 267-275.
- [JŁS]: Z. Jakubowski, A. Łazińska, A. Sibelska, On some properties of complex harmonic mappings with a two-parameter coefficient condition, Math. Balkanica, New Series, 18, 2004, 313-319.
- [S]: H. Silverman, Harmonic univalent functions with negative coefficients, J. of Math. Analysis and Appl., 220, 1998, 283-289.
- [SS]: H. Silverman, E. M. Silvia, Subclasses of harmonic univalent functions, New Zealand J. of Math., 28, 1999, 275-284.