

MARIUSZ STARTEK

*Katedra Matematyki
Politechnika Rzeszowska*

Twierdzenie Skorochoda dla zbieżności ułomnej

Niech $X, X_1, X_2, \dots$ będą wektorami losowymi o wartościach w przestrzeni $\mathbb{R}^k$, natomiast $P_X, P_{X_1}, P_{X_2}, \dots$ niech będą rozkładami prawdopodobieństwa tych wektorów losowych. Ciąg $X_1, X_2, \dots$ jest słabo zbieżny do X , jeżeli dla każdej ciągłej i ograniczonej funkcji f określonej na $\mathbb{R}^k$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\mathbb{R}^k} f dP_{X_n} = \int_{\mathbb{R}^k} f dP_X.$$

Jeżeli warunek ten jest spełniony dla każdej funkcji ciągłej, ograniczonej i posiadającej ograniczony nośnik na $\mathbb{R}^k$, to mówimy, że ciąg $X_1, X_2, \dots$ jest zbieżny ułomnie do X .

Założmy, że ciąg $X_1, X_2, \dots$ jest słabo zbieżny do X . Twierdzenie Skorochoda mówi, że istnieje wtedy przestrzeń probabilistyczna $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ oraz wektory losowe $Y, Y_1, Y_2, \dots$ określone na tej przestrzeni i o wartościach w $\mathbb{R}^k$ takie, że ciąg $Y_1, Y_2, \dots$ jest zbieżny prawie pewnie do Y i rozkłady wektorów losowych $Y, Y_1, Y_2, \dots$ są równe odpowiednio rozkładom wektorów losowych $X, X_1, X_2, \dots$.

W referacie omówione jest to twierdzenie w przypadku osłabienia założenia o zbieżności ciągu $X_1, X_2, \dots$. Założmy mianowicie, że ciąg wektorów losowych $X_1, X_2, \dots$ jest zbieżny ułomnie do wektora losowego X . Wtedy również można podać odpowiednią przestrzeń probabilistyczną i wektory losowe, dla których zachodzi odpowiednik twierdzenia Skorochoda. Ponadto wektory losowe $X, X_1, X_2, \dots$ mogą być ułomne, tzn. $P\{\omega \in \Omega : X(\omega) \in \mathbb{R}^k\} < 1$.